

ANALISI E SVILUPPO DI PROCESSORI DI INCERTEZZA

Prof. Ing. Ezio TODINI, ezio.todini@unibo.it
Ing. Gabriele COCCIA, gabriele.coccia4@unibo.it



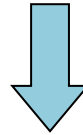
INTRODUZIONE

Scopo principale dei **Sistemi di previsione Idrologico/Idraulica**:

- Prevenzione del rischio idrologico e geologico
- Riduzione del rischio alluvionale
- **Supporto decisionale nella gestione delle emergenze**



Assumere i risultati dei modelli come stime certe degli eventi futuri può portare ad effetti disastrosi in termini di perdite umane ed economiche



Trattamento statistico delle previsioni dei modelli



Stima dell'incertezza predittiva



Stima della probabilità di superamento di soglie d'allarme

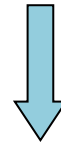


STIMA DELL'INCERTEZZA PREDITTIVA

L'incertezza predittiva è ***la probabilità di ogni evento reale futuro condizionata a tutte le conoscenze e informazioni disponibili nel presente che si è in grado di acquisire attraverso un processo di apprendimento deduttivo.***

L'incertezza predittiva ***deve essere quantificata in termini di una distribuzione di probabilità.***

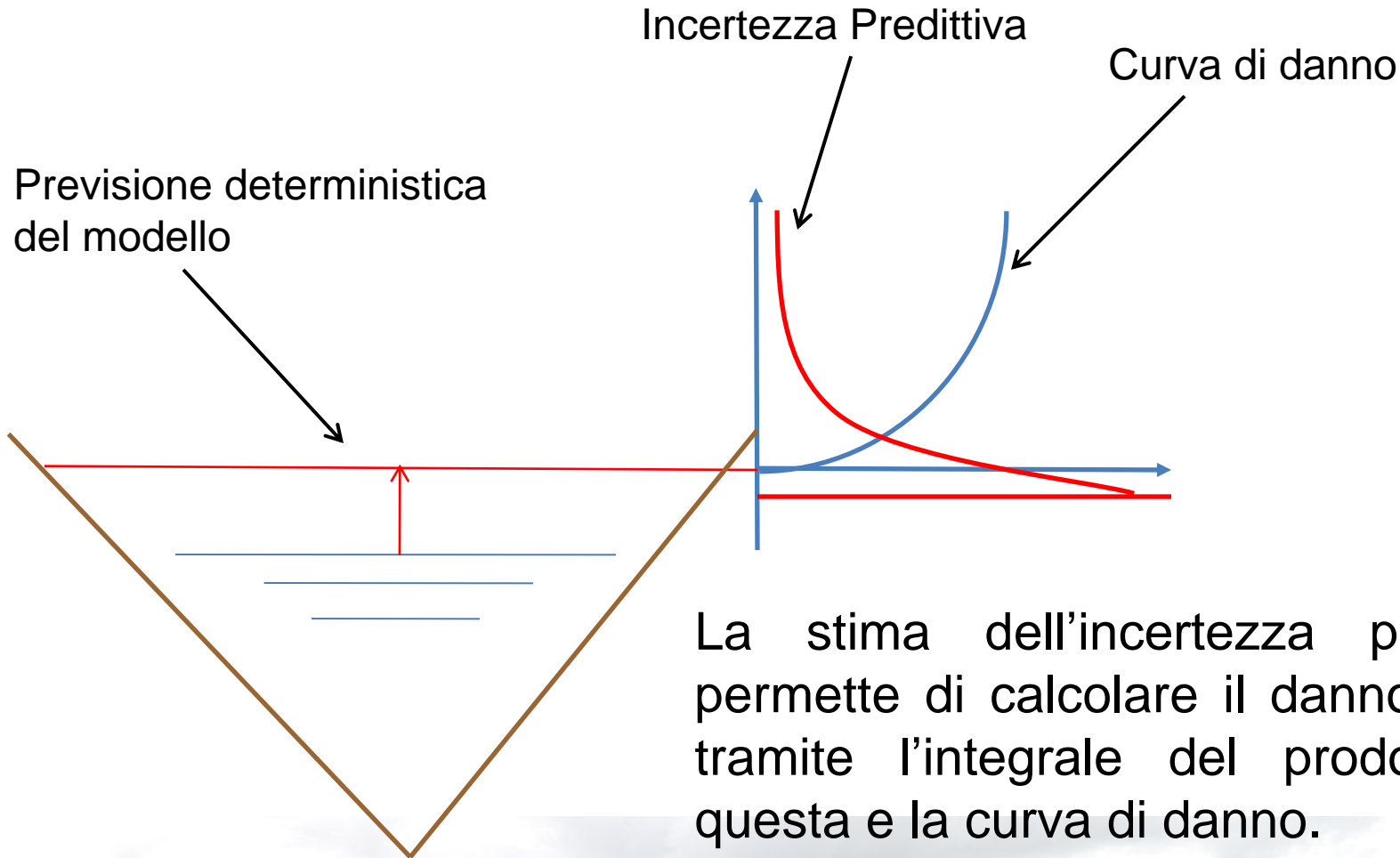
Fonte di conoscenza \longrightarrow previsione del modello



L'incertezza predittiva è ***la probabilità di un evento reale futuro (y) condizionata alla previsione di un modello idrologico/idraulico (\hat{y})*** e si indica con:

$$f(y|\hat{y})$$

UTILIZZO DELL'INCERTEZZA PREDITTIVA



La stima dell'incertezza predittiva permette di calcolare il danno atteso tramite l'integrale del prodotto tra questa e la curva di danno.

Nel caso rappresentato, la sola previsione deterministica porterebbe ad una previsione di danno nulla. La conoscenza dell'incertezza predittiva permette la reale stima del rischio.

PROBABILITA' DI SUPERAMENTO DI SOGLIE DI ALLARME

Spesso la previsione degli eventi futuri può essere ridotta alla **stima della probabilità di superamento di una determinata soglia T** che può essere individuata tra le note soglie di attenzione, allerta e allarme.

Questa può essere ottenuta direttamente dalla conoscenza dell'incertezza predittiva tramite l'integrale di quest'ultima al di sopra della soglia T :

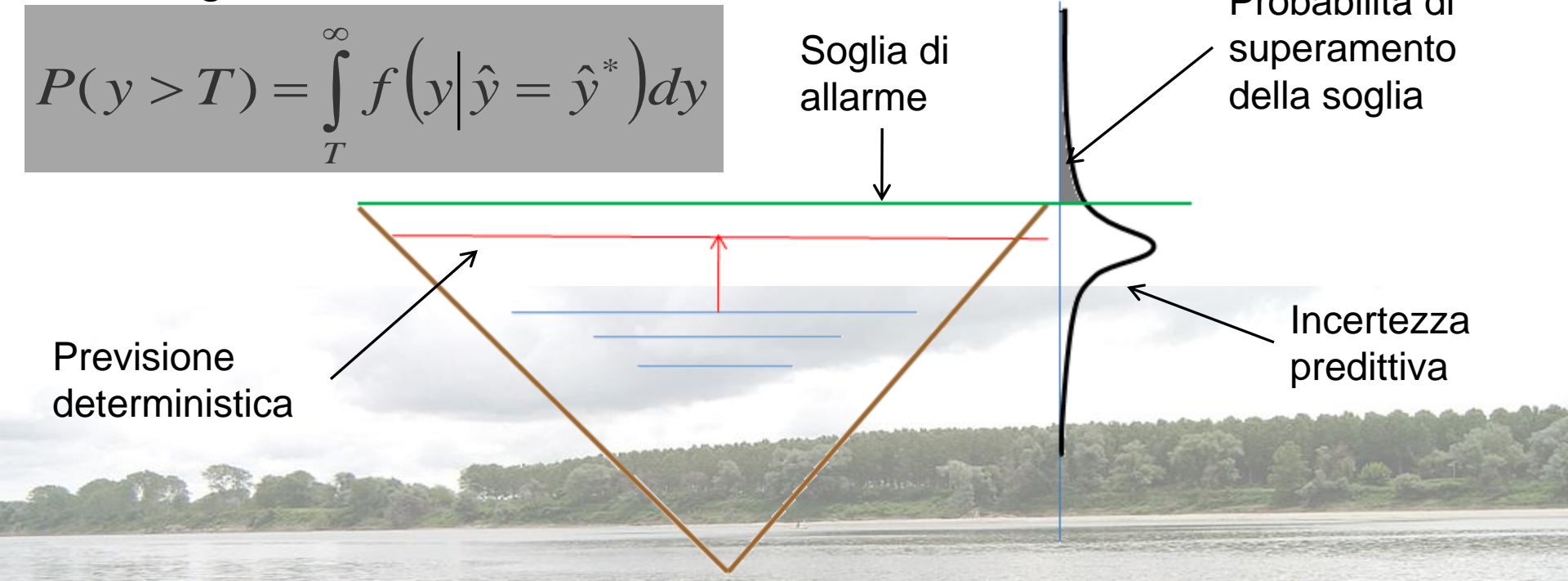
$$P(y > T) = \int_T^{\infty} f(y | \hat{y} = \hat{y}^*) dy$$

Previsione deterministica

Soglia di allarme

Probabilità di superamento della soglia

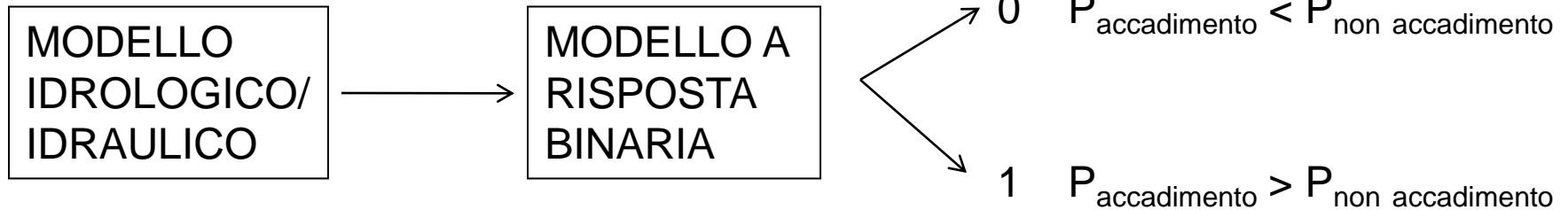
Incertezza predittiva



I MODELLI A RISPOSTA BINARIA

PROBABILITÀ DI SUPERAMENTO DI SOGLIE D'ALLARME

Utilizzano variabili continue e ne restituiscono una di tipo binario:



- FUNZIONE LOGISTICA (LOGIT)
- FUNZIONE BETA
- BAYESIAN UNIVARIATE BINARY PREDICTOR (BUBP)
- DISTRIBUZIONE BETA



I MODELLI A RISPOSTA BINARIA

PROBABILITÀ DI SUPERAMENTO DI SOGLIE D'ALLARME

Questa tipologia di modelli utilizza generalmente una funzione rappresentatrice della probabilità di successo condizionata alle previsioni dei modelli:

$$\prod_{i=1}^n \pi_i^{r_i} (1 - \pi_i)^{1-r_i} \quad \text{con: } y_i > T \Rightarrow r_i = 1 \quad \text{e} \quad y_i < T \Rightarrow r_i = 0$$

Dove π_i rappresenta la probabilità di superamento della soglia e assume diverse forme in base al modello in esame.

Tramite la massimizzazione della probabilità di successo si possono individuare:

- Nel caso dei modelli LOGIT e del BETA FUNCTION i parametri ottimali delle funzioni π ;
- Nel caso dei modelli BETA DISTRIBUTION e BUBP il valore di una soglia virtuale T^* , nel campo delle previsioni dei modelli, che massimizza le corrispondenze tra:

$$y^* > T^* - y > T \quad \text{e} \quad y^* < T^* - y < T$$

Dove: y^* = previsione del modello

y = osservato

T^* = soglia virtuale

T = soglia reale

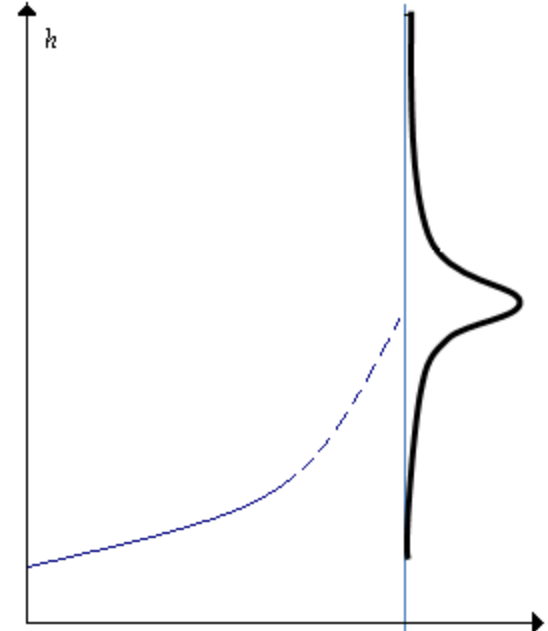
I MODELLI A RISPOSTA CONTINUA

STIMA DELL'INCERTEZZA PREDITTIVA

I modelli a risposta continua sono in grado di calcolare la funzione di distribuzione di probabilità dell'incertezza predittiva.

Nell'ambito della convenzione si è sviluppato un modello a risposta continua, di tipo Bayesiano che permette di stimare l'incertezza predittiva basandosi sull'apprendimento del comportamento del modello tramite l'analisi delle previsioni storiche a disposizione.

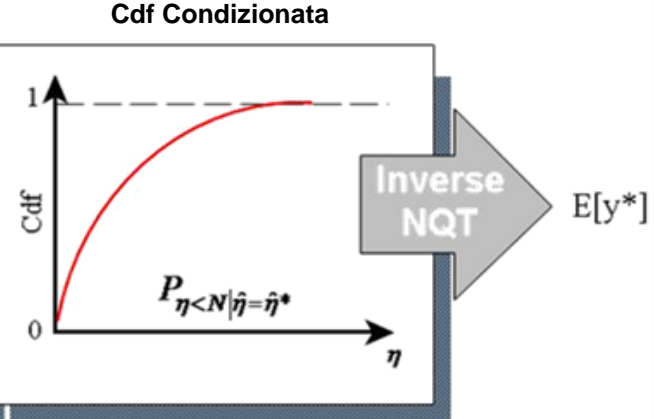
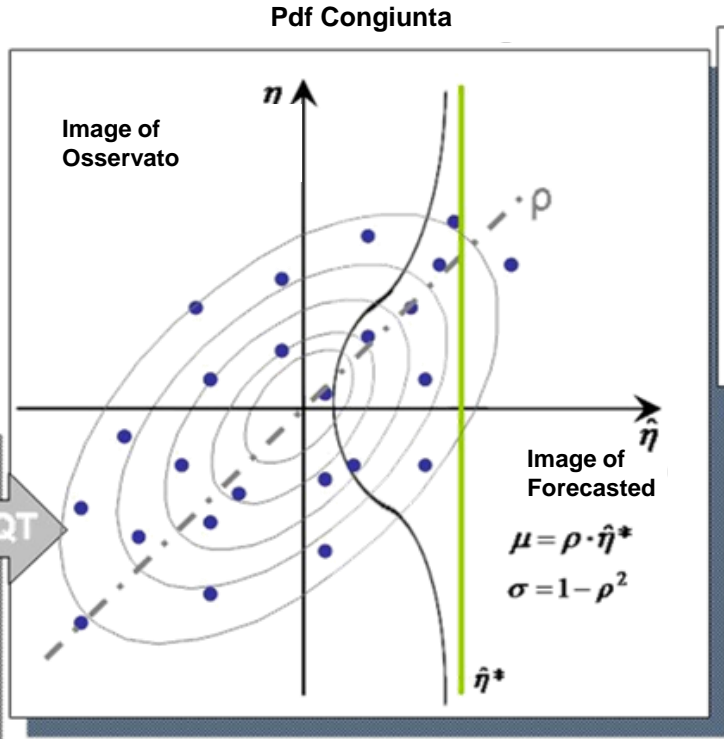
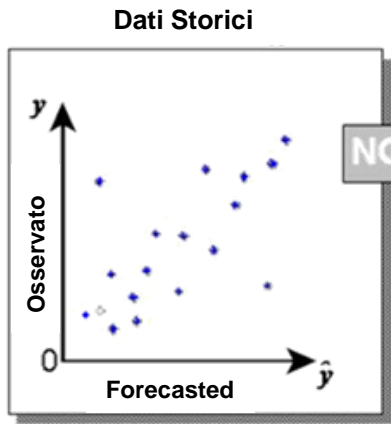
Date la maggiore flessibilità e la maggiore integrità dell'informazione fornita del modello di tipo continuo (si veda la presentazione di Marzo 2009), si è deciso di indirizzare la ricerca verso l'implementazione, la sperimentazione ed il miglioramento di questo tipo di modello.



MODEL CONDITIONAL PROCESSOR

STIMA DELL'INCERTEZZA PREDITTIVA

1) Conversione dei dati dal Mondo Reale allo Spazio Normale, tramite la NQT



3) L'incertezza predittiva nello Spazio Normale si ottiene dal teorema di Bayes e ha media e varianza pari a:

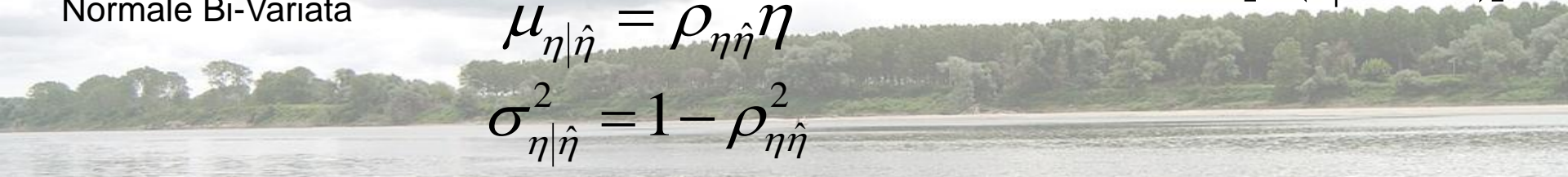
$$\mu_{\eta|\hat{\eta}} = \rho_{\eta\hat{\eta}} \hat{\eta}$$

$$\sigma_{\eta|\hat{\eta}}^2 = 1 - \rho_{\eta\hat{\eta}}^2$$

4) Il valore atteso dell'incertezza predittiva nello Spazio Normale viene convertito, tramite la NQT Inversa, nello spazio del Mondo Reale e può essere assunto come la previsione dell'evento reale futuro con maggiore probabilità di accadimento:

$$\eta^* = E[f(\eta|\hat{\eta} = \hat{\eta}^*)]$$

2) Assunzione della Pdf congiunta come una Normale Bi-Variata



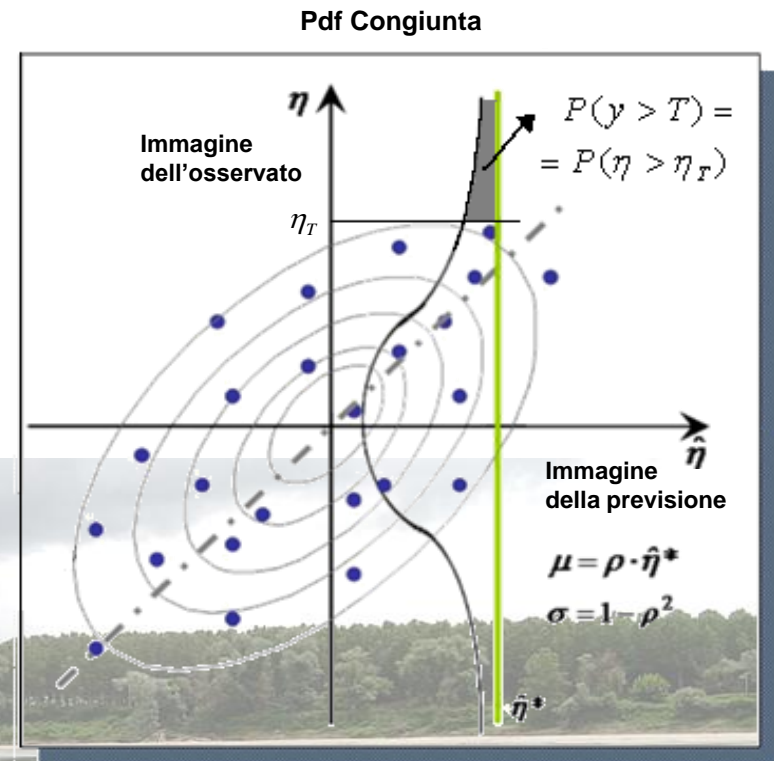
MODEL CONDITIONAL PROCESSOR

SUPERAMENTO DI UNA SOGLIA DI ALLARME

Spesso la previsione degli eventi futuri può essere ridotta alla **stima della probabilità di superamento di una determinata soglia T** che può essere individuata tra le note soglie di attenzione, allerta e allarme.

Questa può essere ottenuta direttamente dalla conoscenza dell'incertezza predittiva, come il suo integrale al di sopra della soglia T :

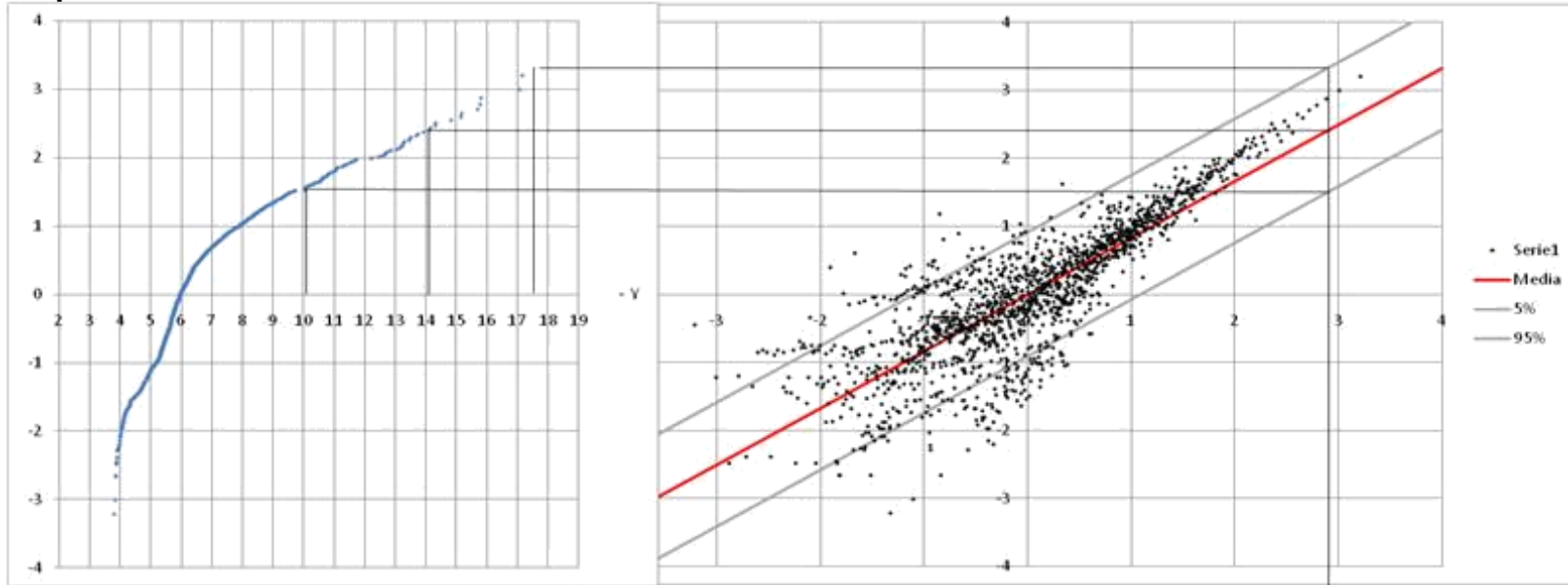
$$\begin{aligned} P(y > T) &= \int_T^{\infty} f(y | \hat{y} = \hat{y}^*) dy = \\ &= \int_{\eta_T}^{\infty} f(\eta | \hat{\eta} = \hat{\eta}^*) d\eta \end{aligned}$$



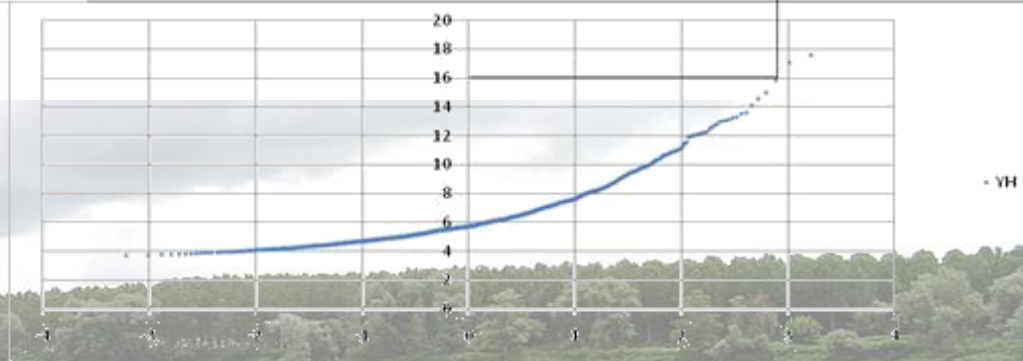
MODEL CONDITIONAL PROCESSOR

DISTRIBUZIONE CONGIUNTA NORMALE BIVARIATA TRONCATA

Le variabili osservato e previsto, per la loro natura, hanno una distribuzione piuttosto dispersa per valori elevati. Il calcolo della varianza della distribuzione predittiva è influenzata dalla correlazione tra le due variabili.



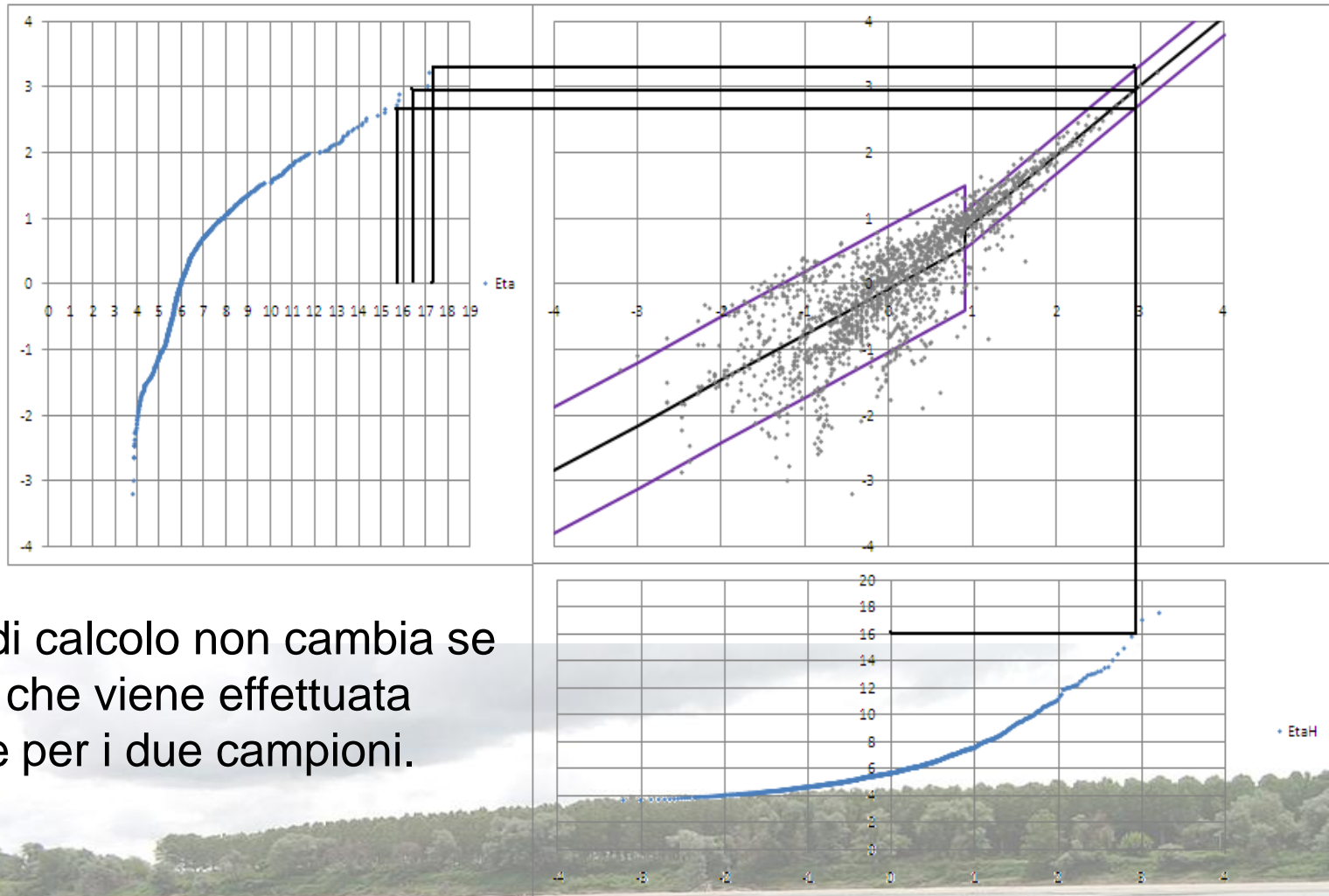
La correlazione può variare significativamente se si prendono in considerazione solo i valori di magra o solo quelli di piena. In particolare i valori di magra sono in quantità decisamente maggiore e pesano significativamente sul calcolo della varianza.



MODEL CONDITIONAL PROCESSOR

DISTRIBUZIONE CONGIUNTA NORMALE BIVARIATA TRONCATA

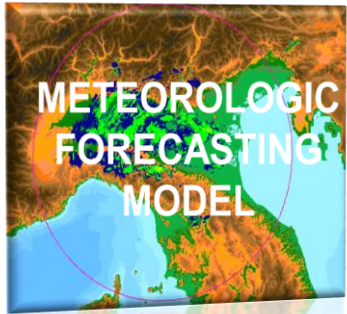
Per ovviare al problema si è aggiunta la possibilità di utilizzare una distribuzione congiunta Normale Bivariata Troncata.



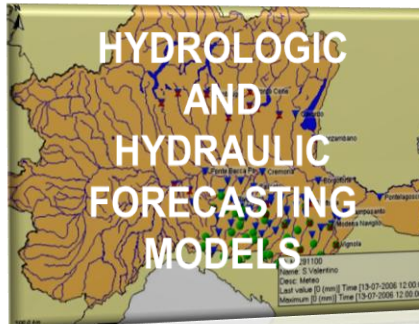
La procedura di calcolo non cambia se non per il fatto che viene effettuata separatamente per i due campioni.

MODEL CONDITIONAL PROCESSOR

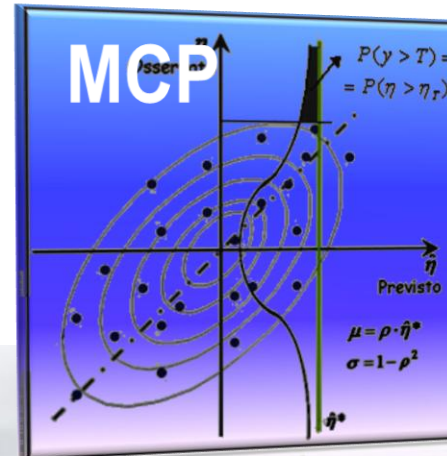
POSIZIONE NEL SISTEMA DI PREVISIONE IN TEMPO REALE



PREVISIONE METEOROLOGICA



PREVISIONE IDROLOGICA



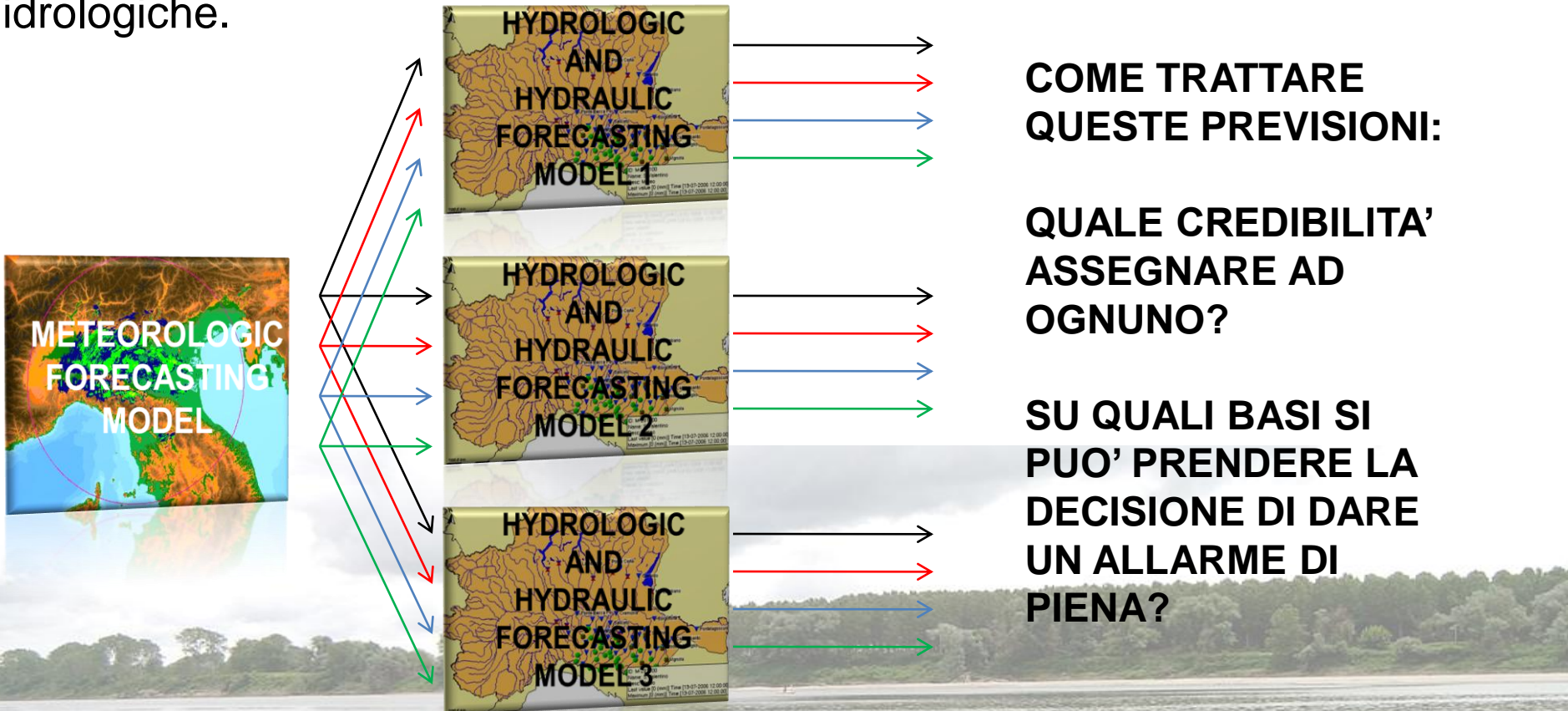
INCERTEZZA PREDITTIVA & PROBABILITA' DI SUPERAMENTO DI UNA SOGLIA

MODEL CONDITIONAL PROCESSOR

ANALISI MULTIVARIATA

Generalmente un sistema di previsione in tempo reale dispone delle previsioni di più catene di modelli stocastici, di vario genere e con differenti caratteristiche.

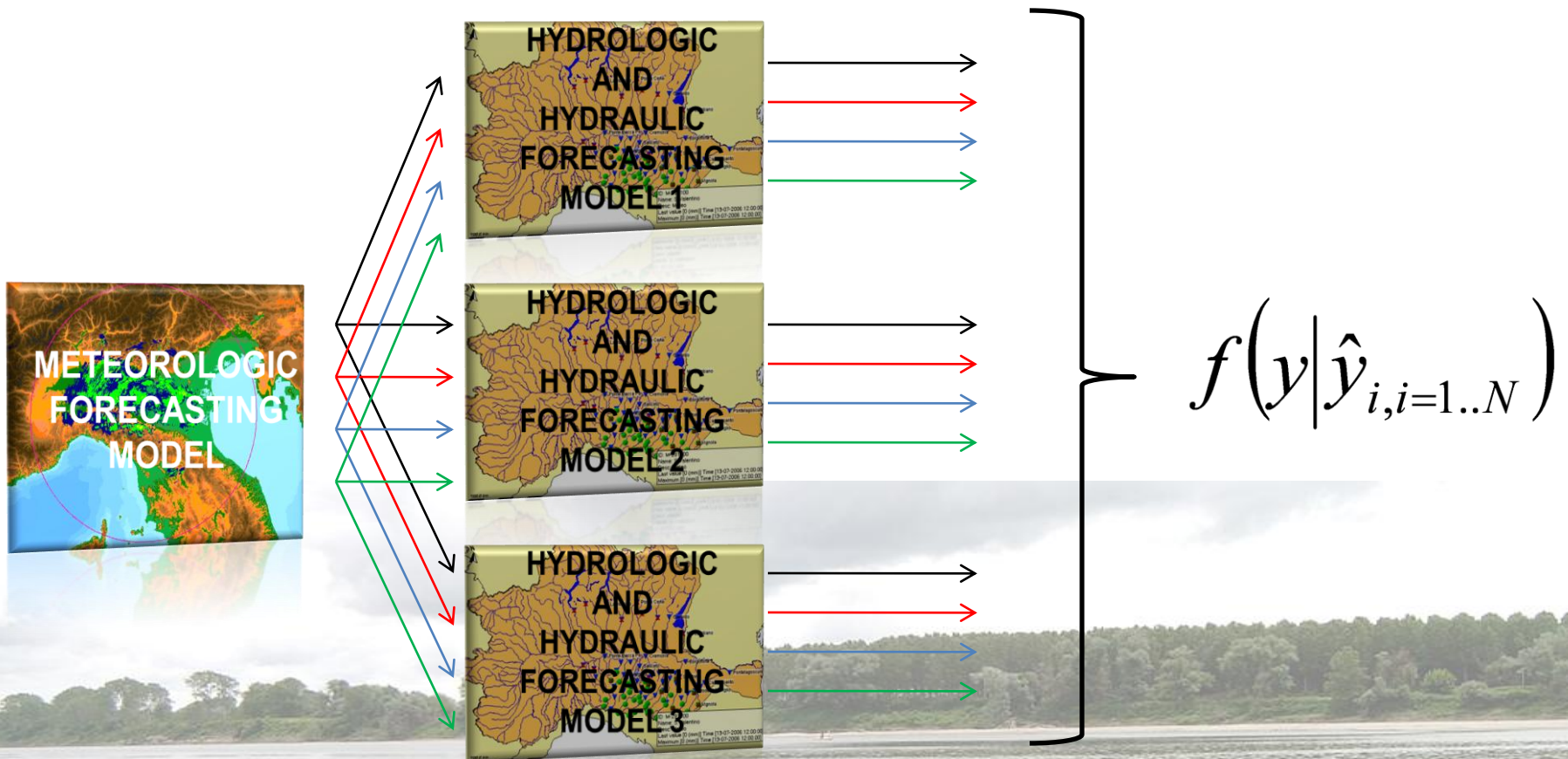
Inoltre per ogni catena di modelli idrologico/idraulico, il modello meteorologico produce un ensemble di previsioni che generano differenti risposte idrologiche.



MODEL CONDITIONAL PROCESSOR

ANALISI MULTIVARIATA

Basandosi sul presupposto che nessun modello possa essere definito migliore di un altro, il MCP tenta di dare una risposta a questi quesiti combinando i risultati attraverso un'analisi multivariata di tipo **Bayesiano** di tutte le informazioni disponibili.



MODEL CONDITIONAL PROCESSOR

ANALISI MULTI-VARIATA

$$f(y | \hat{y}_{i,i=1..N})$$

In questo caso l'incertezza predittiva rappresenta la probabilità di un evento reale futuro condizionata alle previsioni di più modelli stocastici.

Generalizzando il procedimento descritto precedentemente, nel caso di N previsioni si hanno N+1 variabili, delle quali si calcolano le distribuzioni marginali nel campo Gaussiano attraverso l'utilizzo della NQT.

Ogni variabile nel campo Gaussiano è di tipo Normale Standard e si può ipotizzare che la distribuzione congiunta sia una Normale Standard (N+1)-variata, con media e varianza:

$$f(y, \hat{y}_{i,i=1..N})$$

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_\eta \\ \mu_{\hat{\eta}_1} \\ \vdots \\ \mu_{\hat{\eta}_N} \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{\hat{\eta}_1\eta} & \dots & \rho_{\hat{\eta}_N\eta} \\ \rho_{\eta\hat{\eta}_1} & 1 & \dots & \rho_{\hat{\eta}_N\hat{\eta}_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \rho_{\hat{\eta}_N\hat{\eta}_{N-1}} \\ \rho_{\eta\hat{\eta}_N} & \rho_{\hat{\eta}_1\hat{\eta}_N} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \Sigma_{\eta\eta} & \Sigma_{\hat{\eta}\eta} \\ \Sigma_{\eta\hat{\eta}} & \Sigma_{\hat{\eta}\hat{\eta}} \end{bmatrix}$$

The diagram illustrates the decomposition of the joint covariance matrix Σ into a block structure. The top-left element is a 1x1 block containing the value 1, representing the variance of the first variable. The top-right and bottom-left blocks represent the covariances between the first variable and the other N variables. The bottom-right block is an NxN matrix representing the covariances between the N variables. Arrows point from these blocks to marginal covariance matrices: $\Sigma_{\eta\eta}$ (top-left), $\Sigma_{\hat{\eta}\eta}$ (top-right), $\Sigma_{\eta\hat{\eta}}$ (bottom-left), and $\Sigma_{\hat{\eta}\hat{\eta}}$ (bottom-right).

MODEL CONDITIONAL PROCESSOR

ANALISI MULTI-VARIATA

Da questa è immediato ricavare l'incertezza predittiva applicando il teorema di Bayes:

$$f(\mathbf{y} | \hat{\mathbf{y}}_{i,i=1..N}) = \frac{f(\mathbf{y}, \hat{\mathbf{y}}_{i,i=1..N})}{f(\hat{\mathbf{y}}_{i,i=1..N})}$$

L'incertezza predittiva, condizionata alle previsioni di più modelli, ha media e varianza:

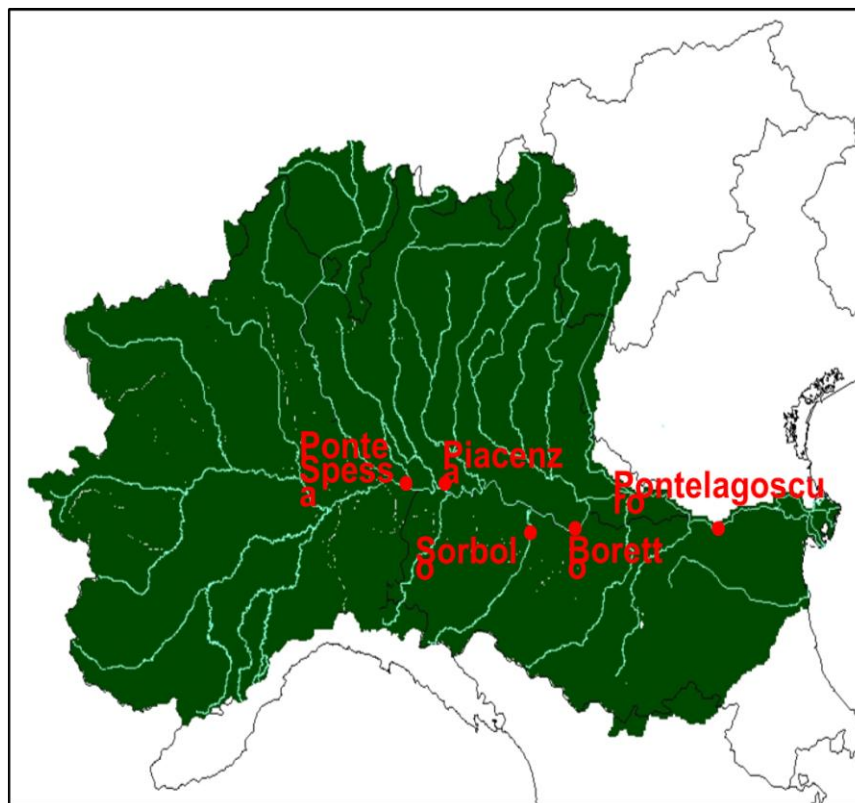
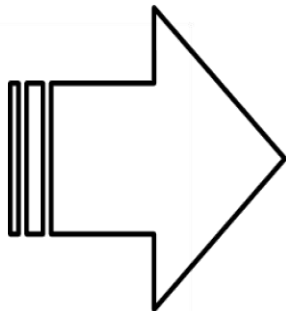
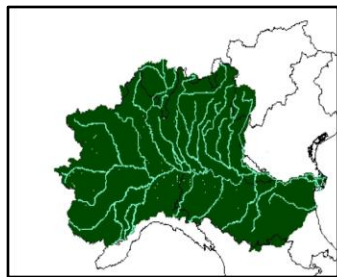
$$\mu_{\eta | \hat{\eta}_1 \dots \hat{\eta}_N} = \mu_{\eta} + \Sigma_{\eta \hat{\eta}} \Sigma_{\eta \hat{\eta}}^{-1} (\hat{\eta} - \mu_{\hat{\eta}})^T$$

$$\sigma_{\eta | \hat{\eta}_1 \dots \hat{\eta}_N}^2 = \Sigma_{\eta \eta} - \Sigma_{\eta \hat{\eta}} \Sigma_{\eta \hat{\eta}}^{-1} \Sigma_{\eta \hat{\eta}}^T$$



APPLICAZIONE DEL MCP

FIUME PO – FIUME RENO



PO

Periodo di Calibrazione: da 05/2000 a 06/2004

Periodo di Validazione: da 07/2004 a 01/2009

RENO

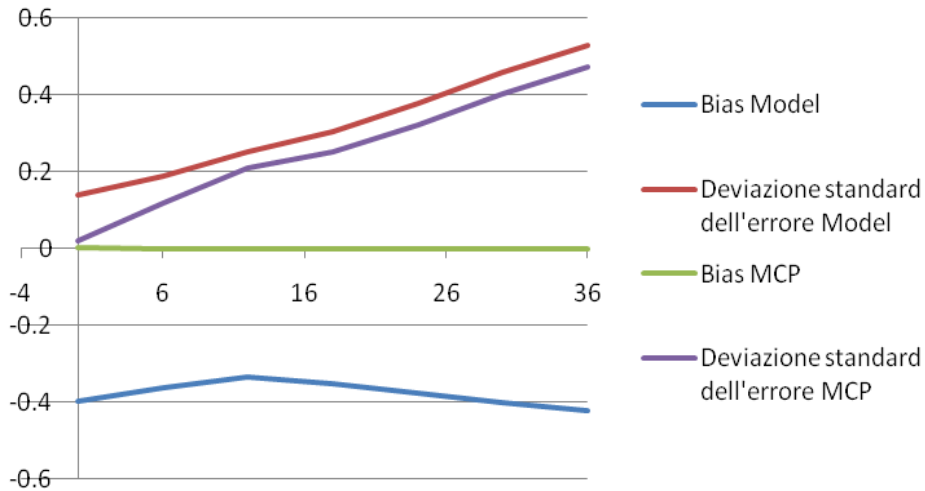
Periodo di Calibrazione: da 07/2007 a 12/2008

Periodo di Validazione: da 01/2006 a 06/2007

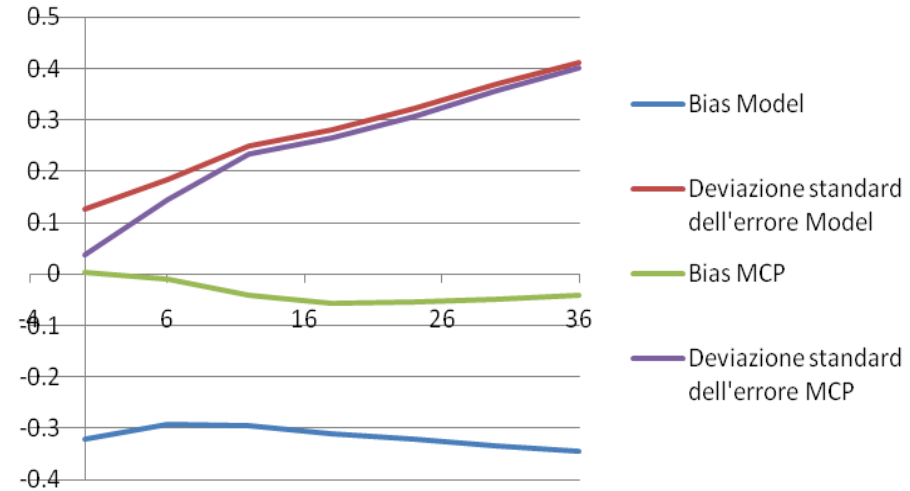
RISULTATI

STAZIONE DI PONTE SPESSA

Spessa Po - Calibrazione



Spessa Po - Validazione

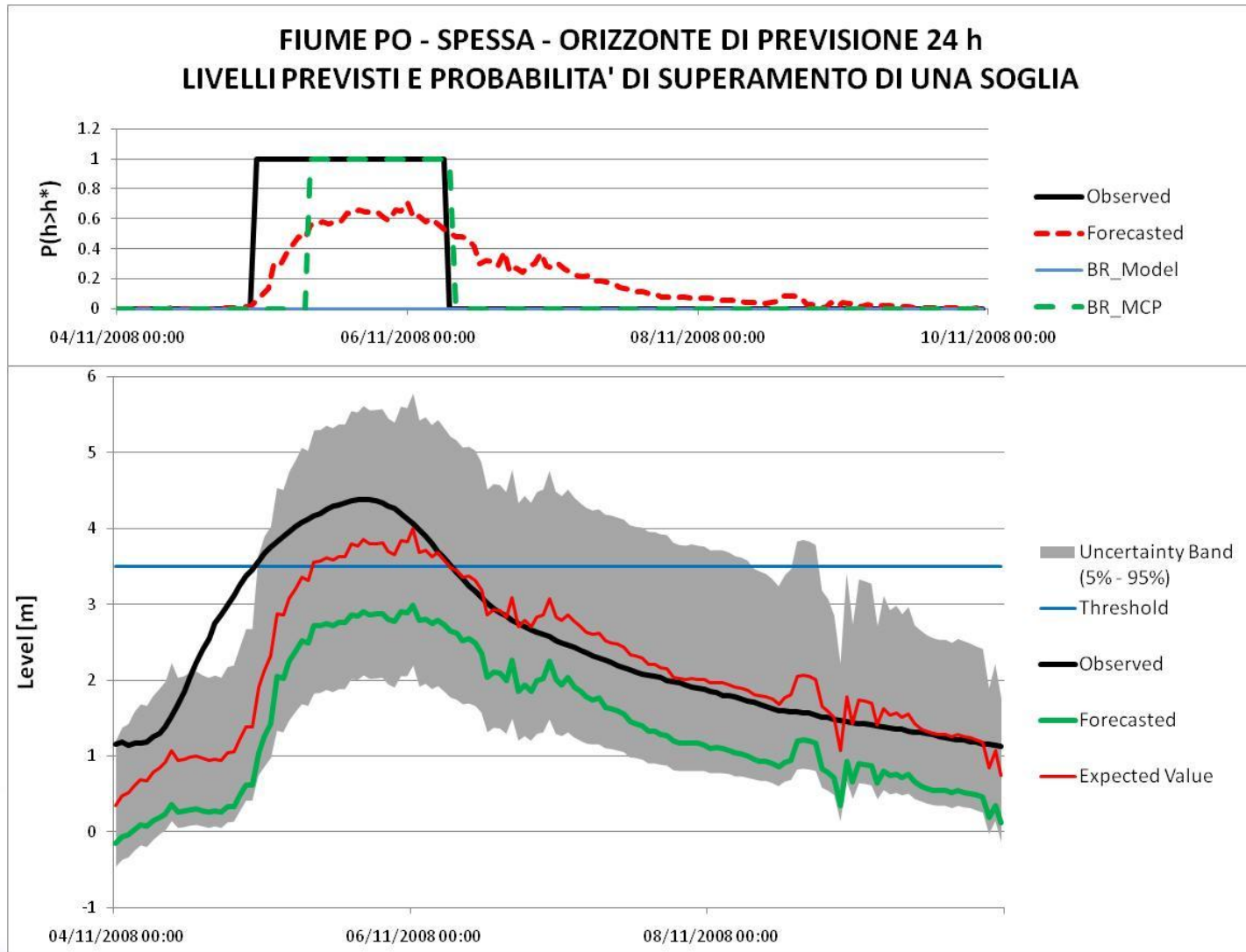


ORE	CALIBRAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	2	1	19	20
6	0	2	6	0	15	21
12	0	2	6	1	15	20
18	0	3	12	1	9	20
24	0	1	12	1	9	20
30	0	1	16	3	5	18
36	0	0	17	6	4	15

ORE	VALIDAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	5	2	4	7
6	0	0	5	1	4	8
12	0	0	6	3	3	6
18	0	1	7	3	2	6
24	0	1	8	4	1	5
30	0	2	9	5	0	4
36	0	0	9	5	0	4

RISULTATI

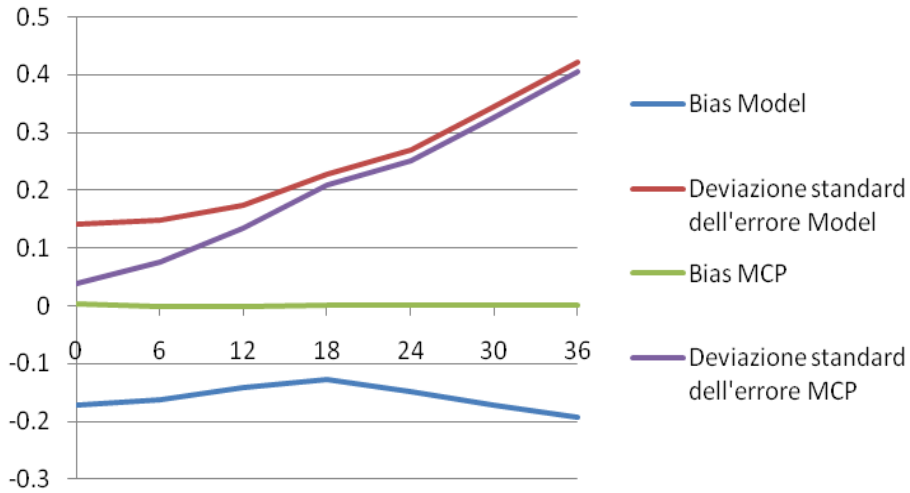
STAZIONE DI PONTE SPESSA – Orizzonte di previsione = 24 ore



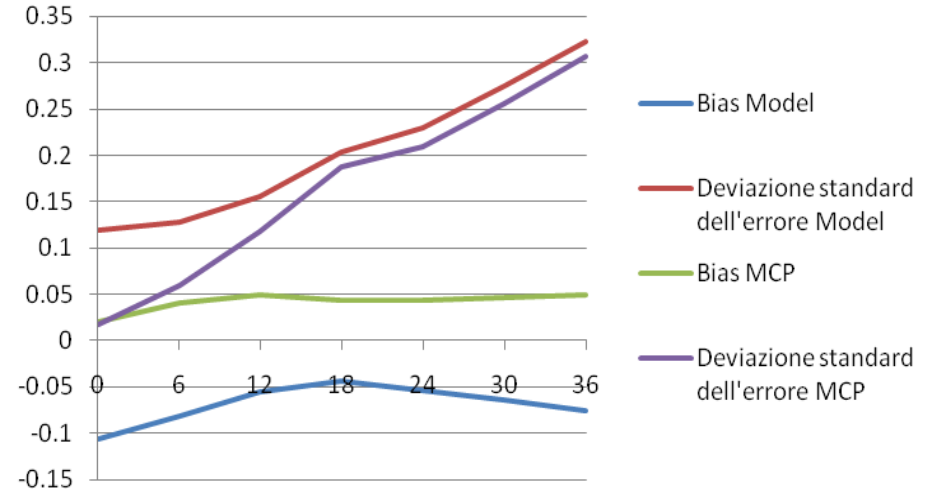
RISULTATI

STAZIONE DI PIACENZA

Piacenza - Calibrazione



Piacenza - Validazione

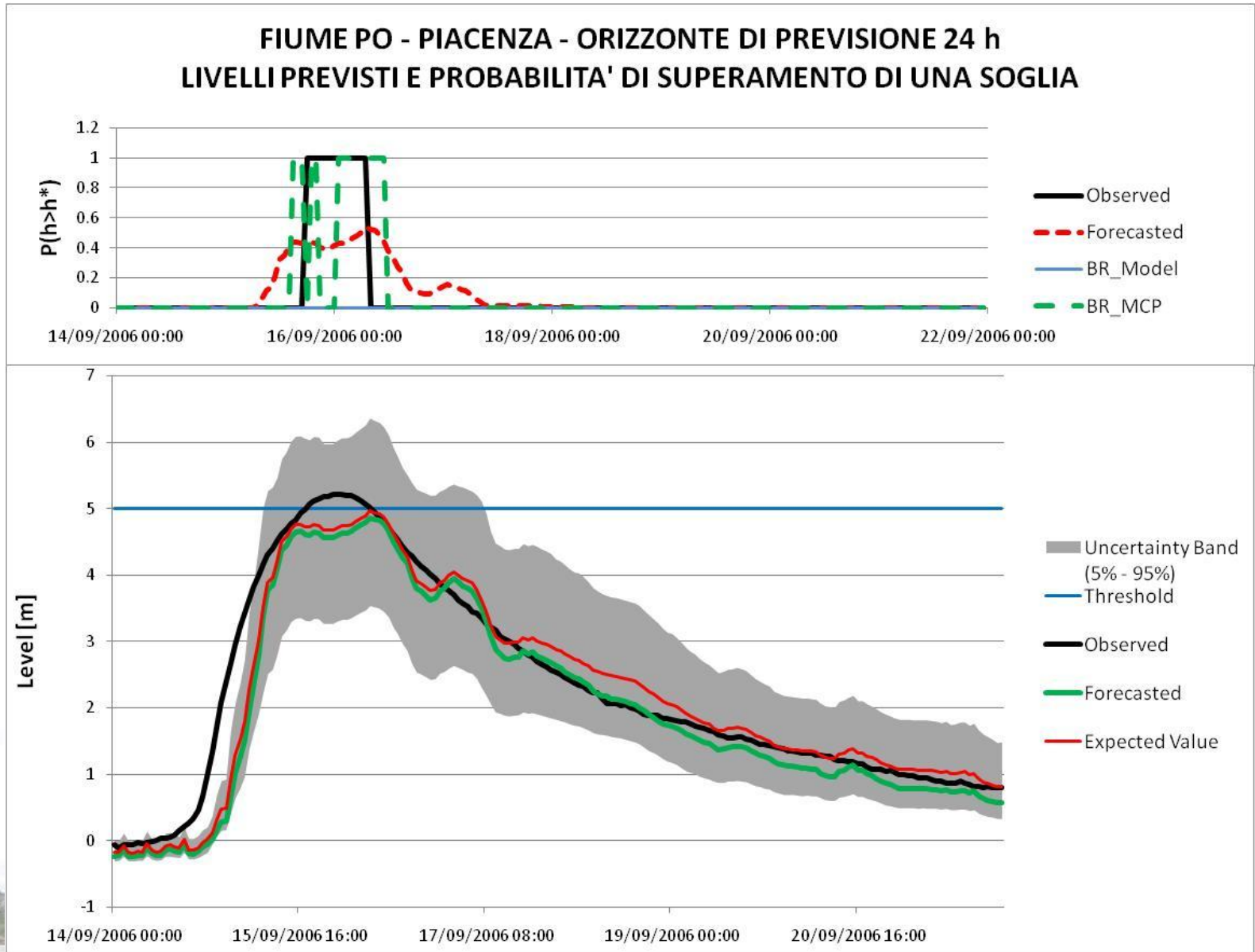


ORE	CALIBRAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	3	0	0	2	18	16
6	2	0	0	1	18	17
12	3	0	0	1	18	17
18	6	3	0	1	18	17
24	0	2	2	1	16	17
30	0	1	6	1	12	17
36	0	0	7	2	11	16

ORE	VALIDAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	3	1	0	0	4	4
6	2	1	0	0	4	4
12	1	1	0	0	4	4
18	0	1	0	0	4	4
24	0	1	1	0	3	4
30	0	1	1	0	3	4
36	0	1	1	1	3	3

RISULTATI

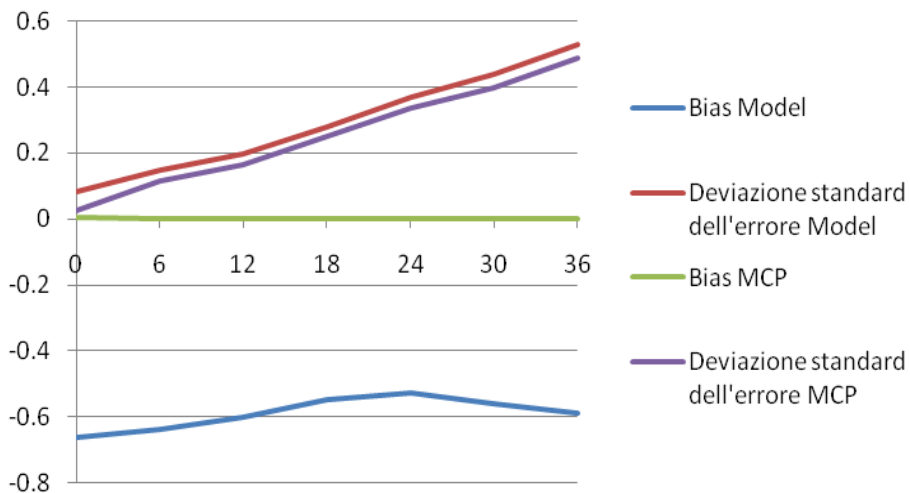
STAZIONE DI PIACENZA – Orizzonte di previsione = 24 ore



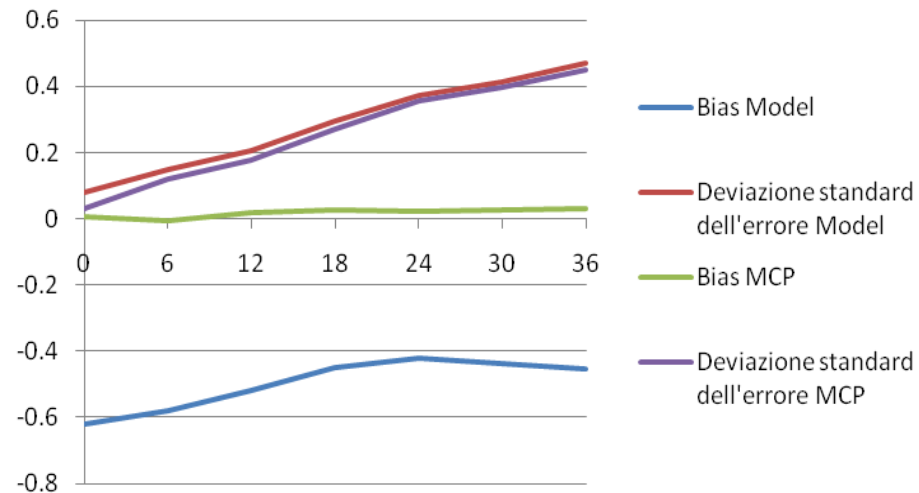
RISULTATI

STAZIONE DI CREMONA

Cremona - Calibrazione



Cremona - Validazione

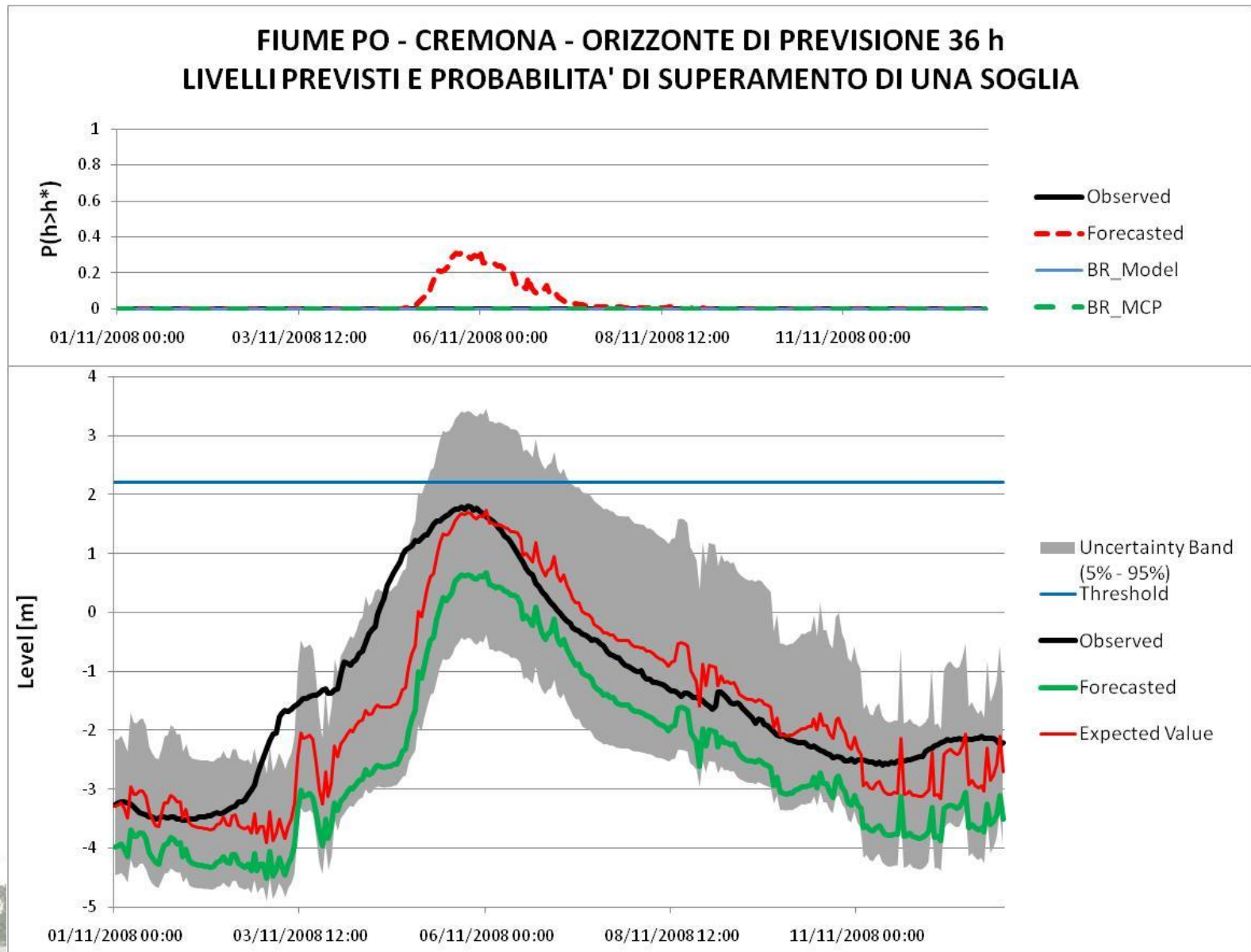


ORE	CALIBRAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	10	0	7	17
6	0	0	11	4	6	13
12	0	1	11	4	6	13
18	0	4	11	5	6	12
24	0	1	11	4	6	13
30	0	1	11	4	6	13
36	0	0	13	5	4	12

ORE	VALIDAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0

RISULTATI

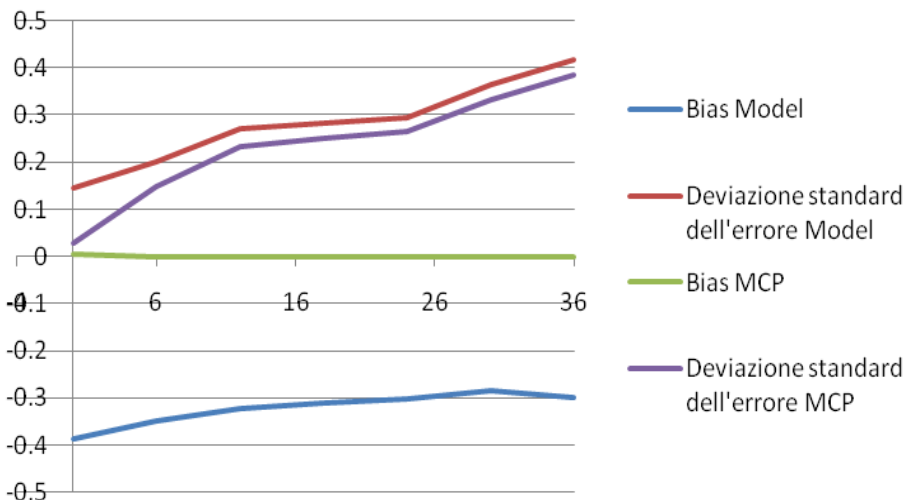
STAZIONE DI CREMONA – Orizzonte di previsione = 36 ore



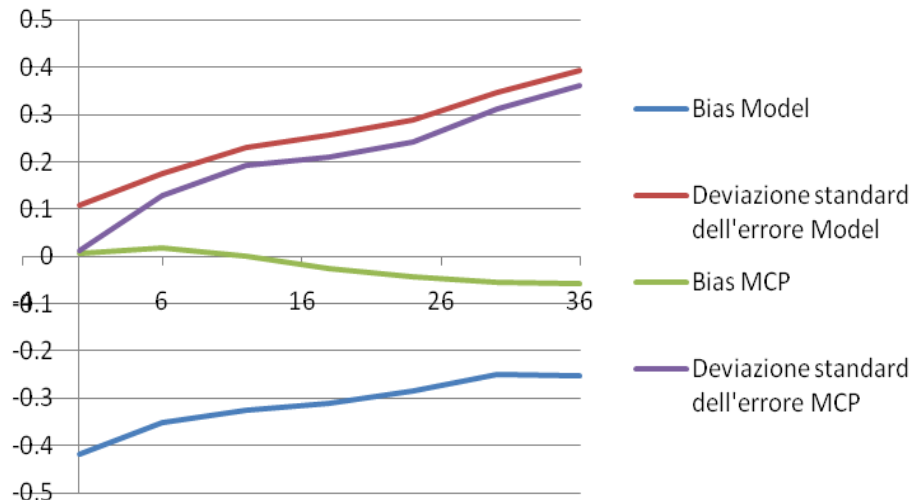
RISULTATI

STAZIONE DI BORETTO

Boretto - Calibrazione



Boretto - Validazione

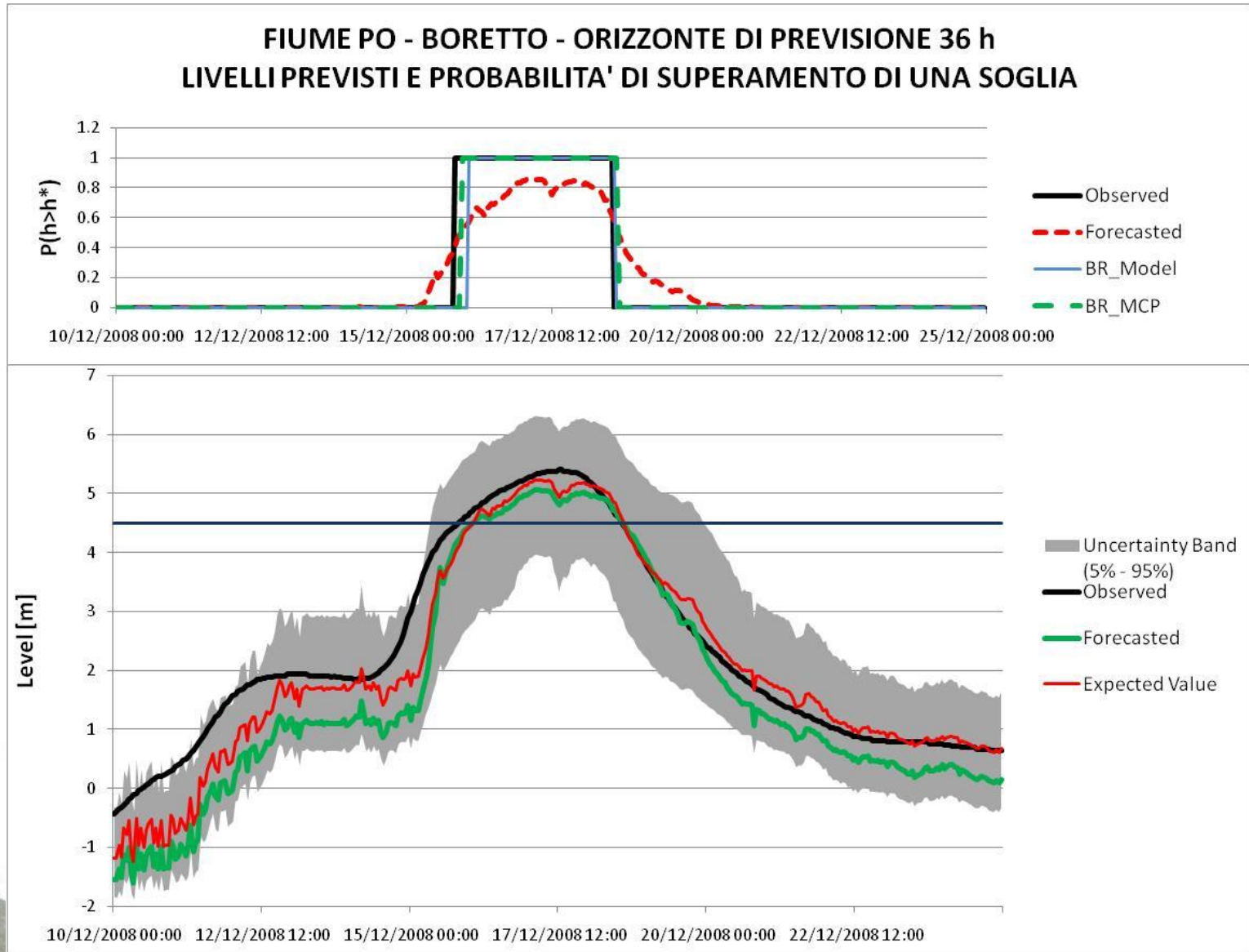


ORE	CALIBRAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	2	0	16	18
6	1	0	3	0	15	18
12	1	0	3	0	15	18
18	5	3	3	0	15	18
24	0	0	2	0	16	18
30	0	2	2	1	16	17
36	0	2	2	1	16	17

ORE	VALIDAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	0	0	3	3
6	0	0	0	0	3	3
12	0	0	0	0	3	3
18	1	1	0	0	3	3
24	0	0	0	0	3	3
30	0	0	0	0	3	3
36	0	0	0	0	3	3

RISULTATI

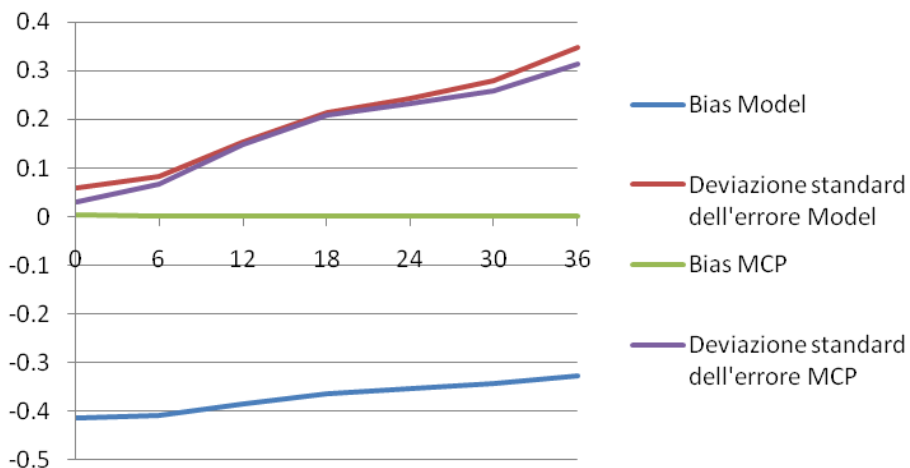
STAZIONE DI BORETTO – Orizzonte di previsione = 36 ore



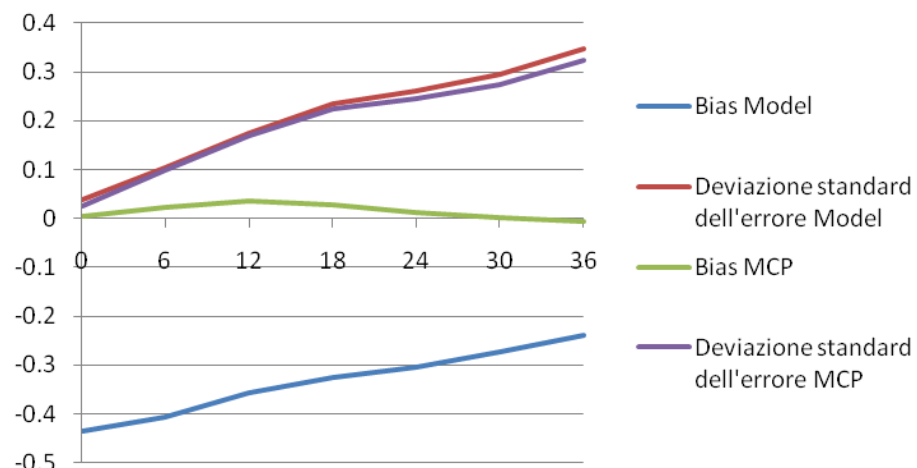
RISULTATI

STAZIONE DI BORGOFORTE

Borgoforte - Calibrazione



Borgoforte - Validazione

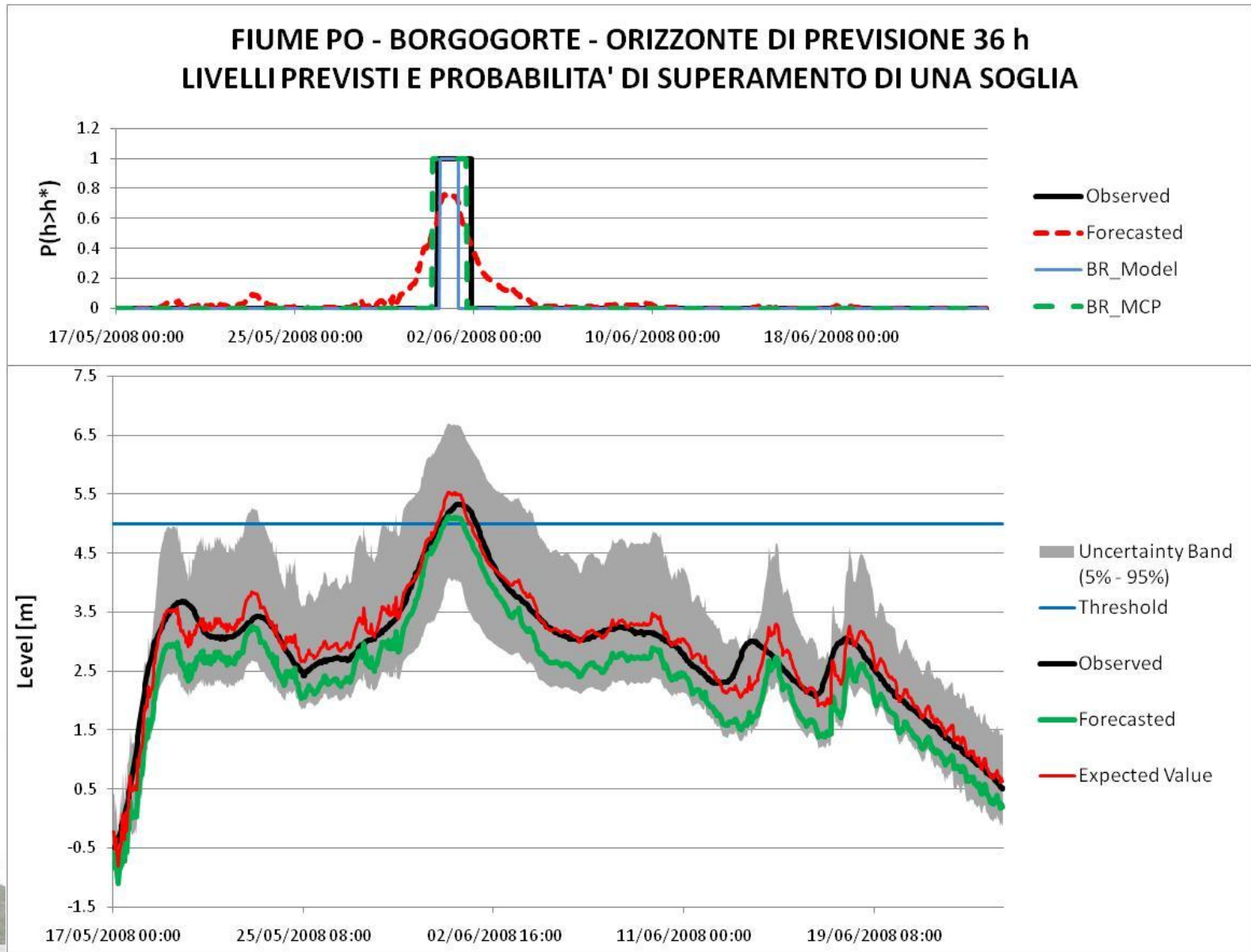


ORE	CALIBRAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	4	0	16	20
6	0	0	5	2	15	18
12	0	0	5	2	15	18
18	0	0	5	0	15	20
24	0	1	6	0	14	20
30	0	1	7	0	13	20
36	0	1	6	0	14	20

ORE	VALIDAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	0	0	3	3
6	0	0	0	0	3	3
12	0	0	0	0	3	3
18	0	0	0	0	3	3
24	0	2	0	0	3	3
30	0	1	0	0	3	3
36	0	1	0	0	3	3

RISULTATI

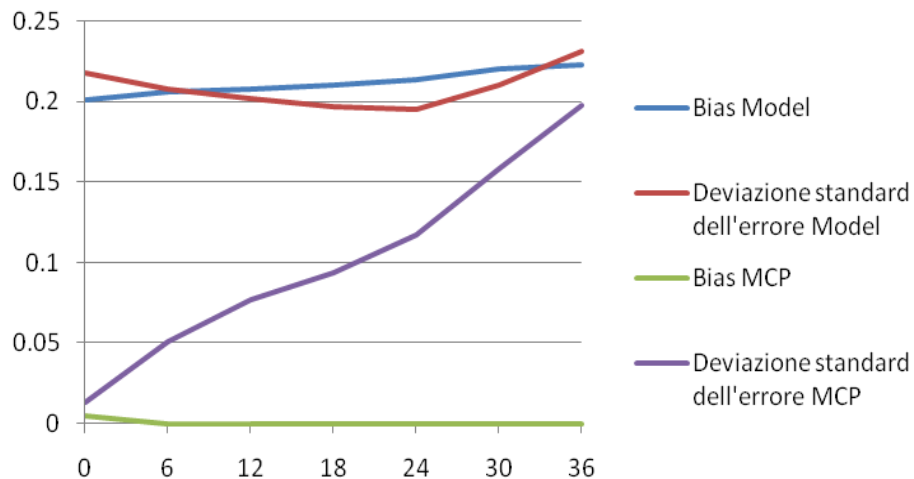
STAZIONE DI BORGOFORTE – Orizzonte di previsione = 36 ore



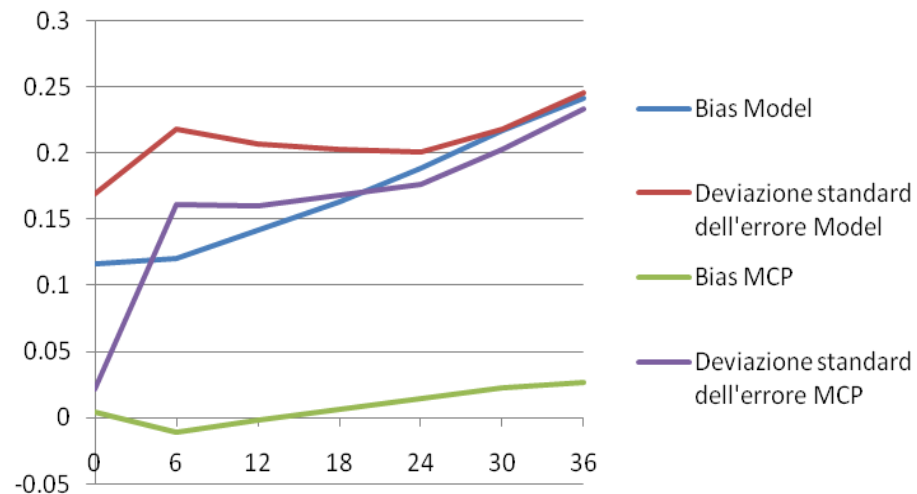
RISULTATI

STAZIONE DI PONTELAGOSCURO

Pontelagoscuro - Calibrazione



Pontelagoscuro - Validazione

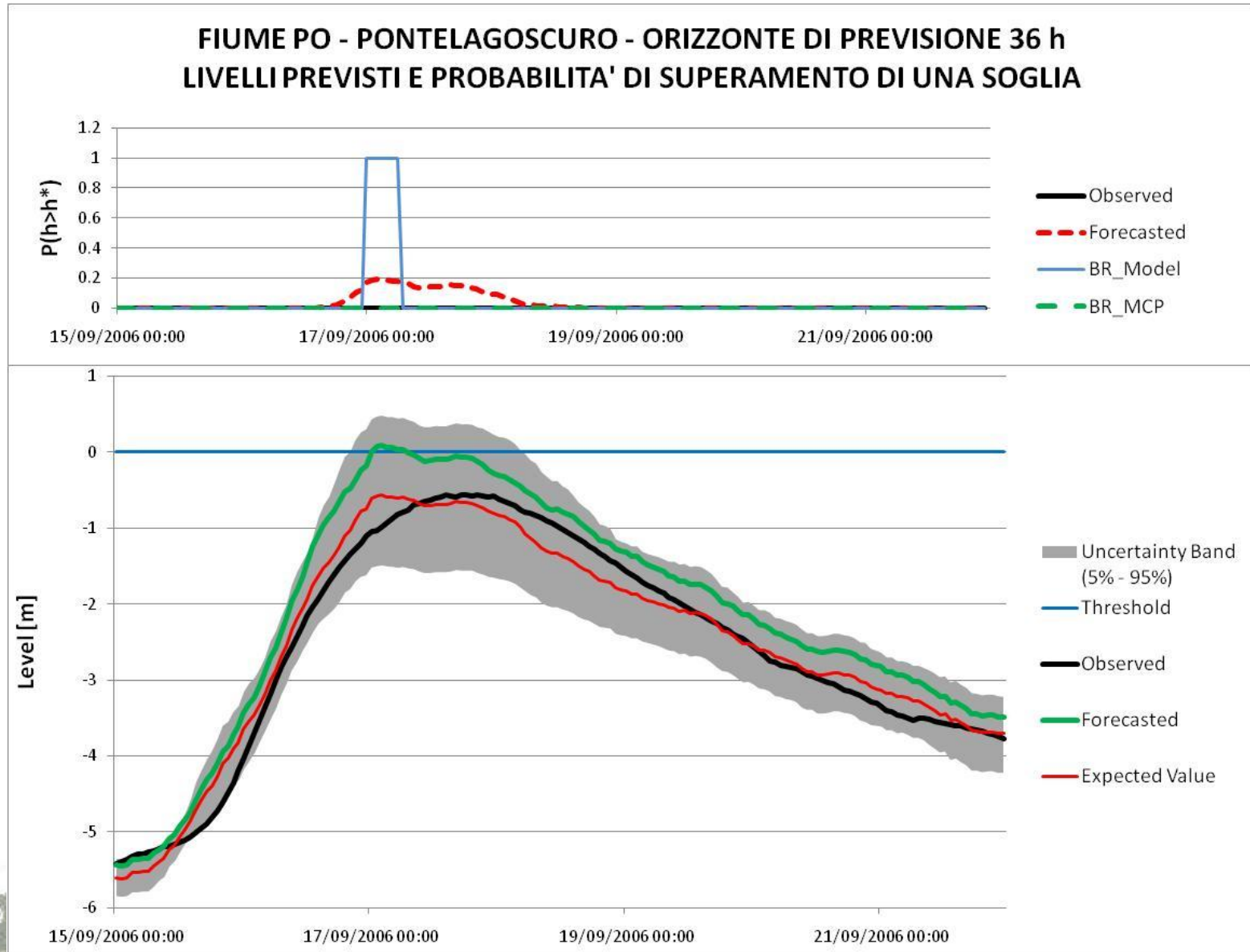


ORE	CALIBRAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	5	0	1	2	21	20
6	2	0	0	1	22	21
12	3	0	0	1	22	21
18	2	0	0	2	22	20
24	2	0	0	1	22	21
30	5	0	0	0	22	22
36	2	1	1	1	21	21

ORE	VALIDAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	7	0	0	0	4	4
6	18	12	1	0	4	5
12	12	6	1	0	4	5
18	12	4	1	0	4	5
24	9	2	1	0	4	5
30	7	3	1	1	4	4
36	9	5	1	1	4	4

RISULTATI

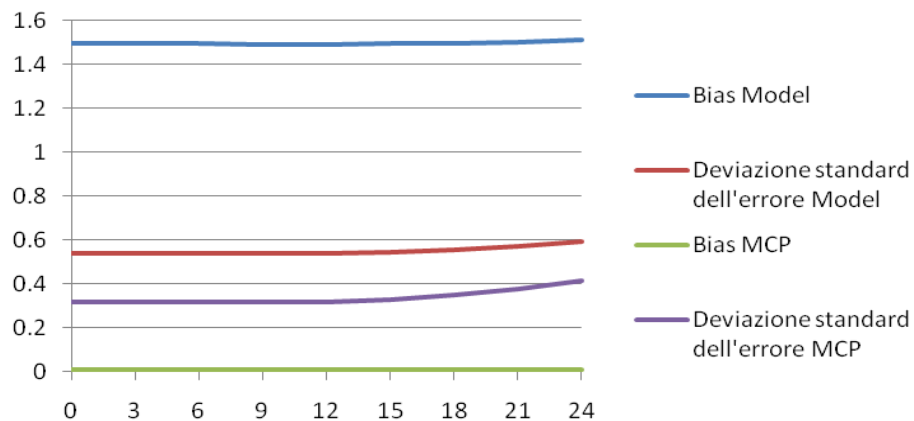
STAZIONE DI PONTELAGOSCURO – Orizzonte di previsione = 36 h



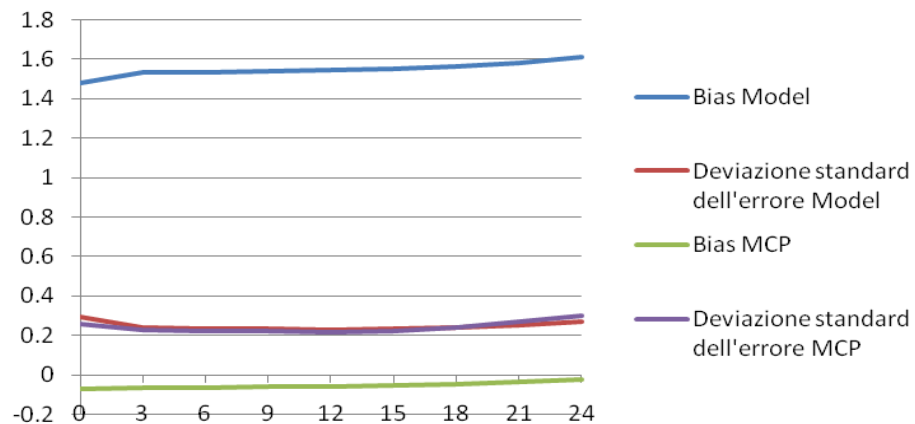
RISULTATI

STAZIONE DI GALLO

Gallo - Calibrazione



Gallo - Validazione



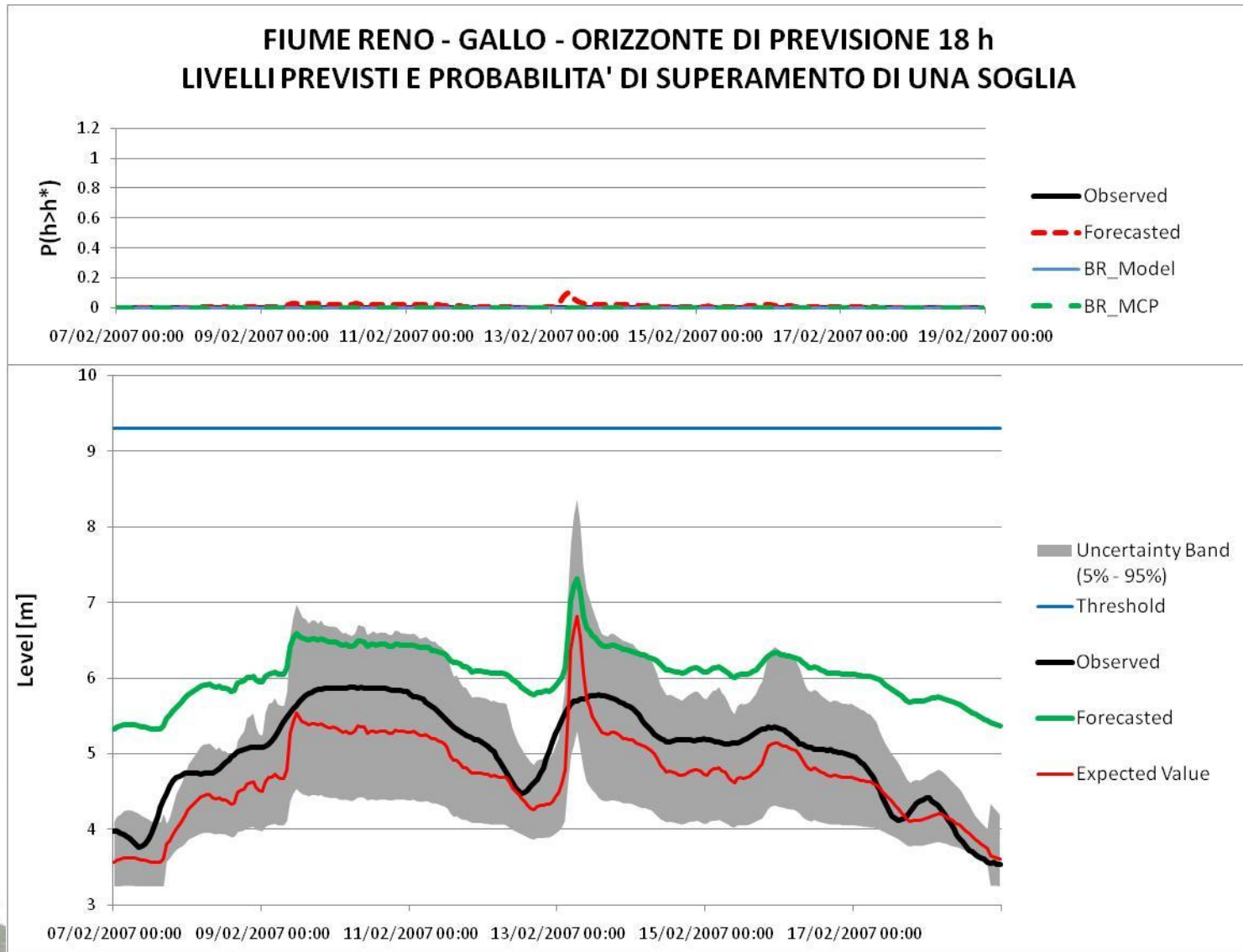
ORE	CALIBRAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	0	0	6	6
3	0	0	0	0	6	6
6	0	0	0	0	6	6
9	0	0	0	0	6	6
12	0	0	0	0	6	6
15	0	1	0	0	6	6
18	2	2	0	0	6	6
21	2	3	0	0	6	6
24	9	7	0	0	6	6

ORE	VALIDAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	1	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0
24	1	1	0	0	0	0



RISULTATI

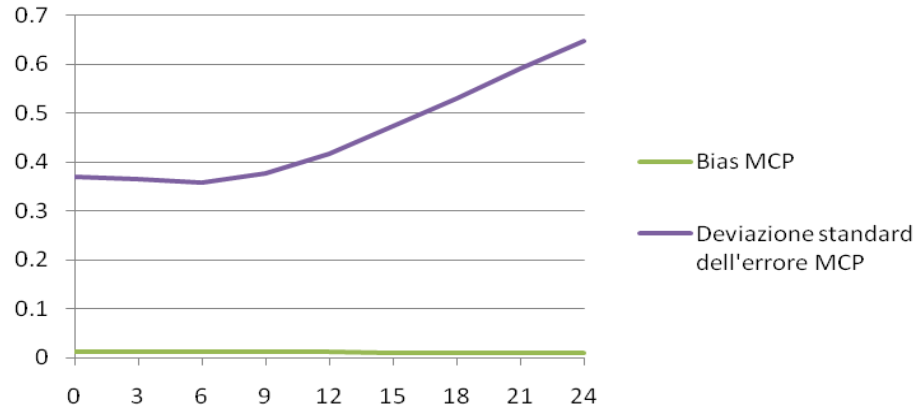
STAZIONE DI GALLO – Orizzonte di previsione = 18 ore



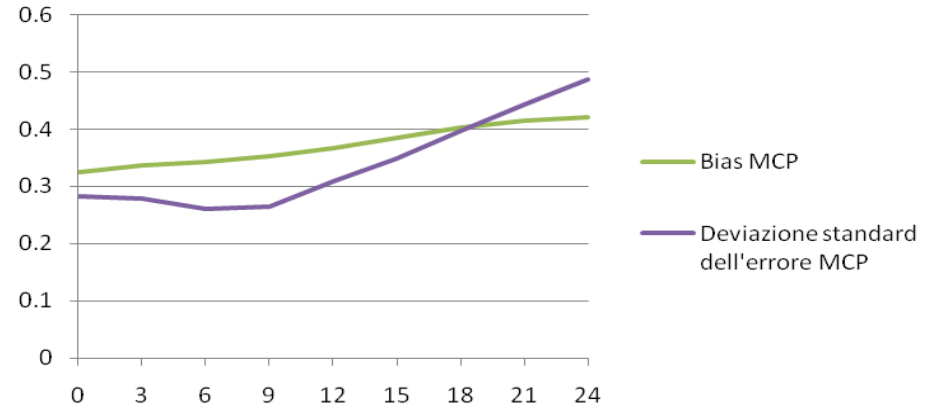
RISULTATI

STAZIONE DI CENTO

Cento - Calibrazione



Cento - Validazione



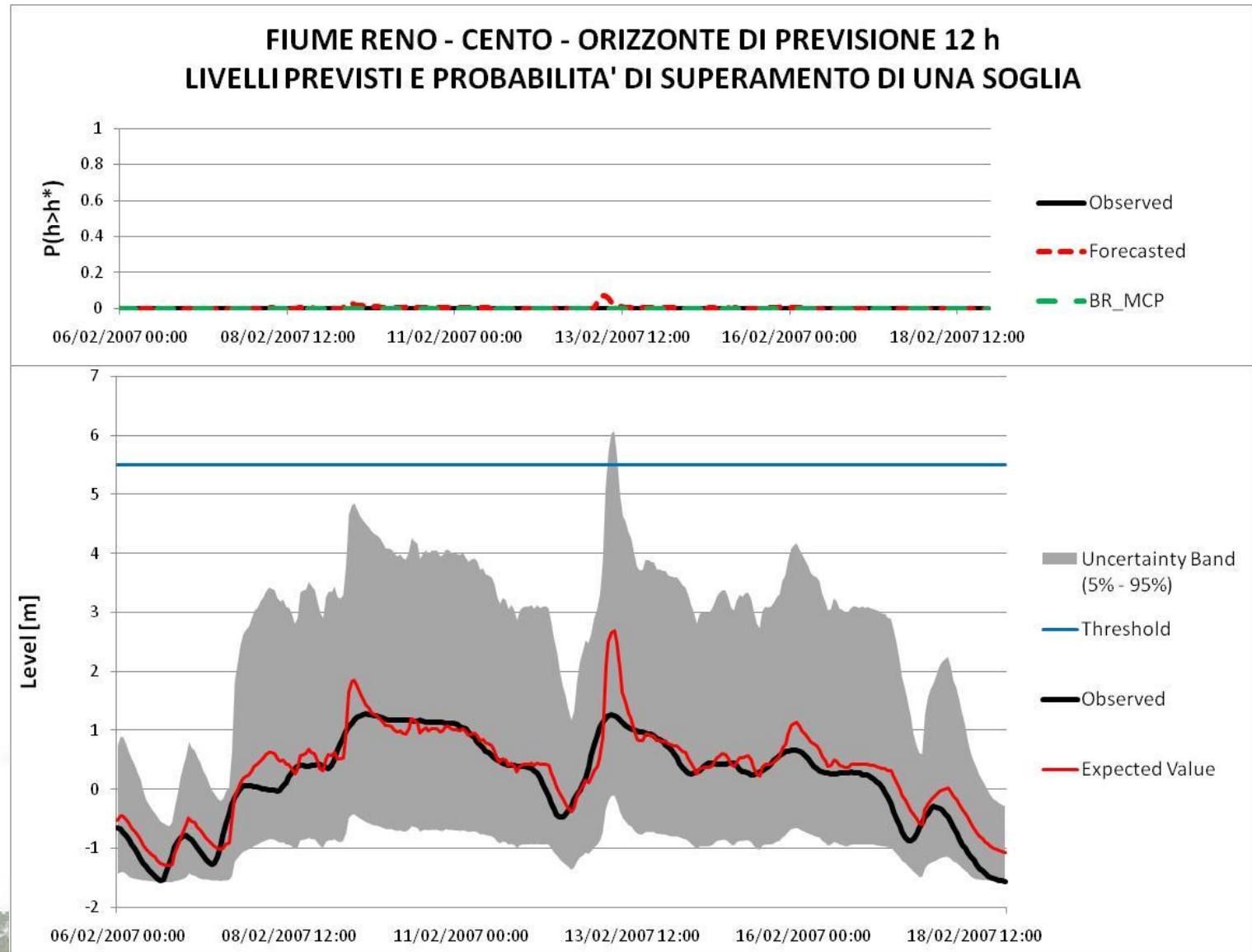
ORE	CALIBRAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	ND	0	ND	1	ND	6
3	ND	0	ND	1	ND	6
6	ND	0	ND	1	ND	6
9	ND	0	ND	1	ND	6
12	ND	0	ND	0	ND	7
15	ND	0	ND	0	ND	7
18	ND	0	ND	0	ND	7
21	ND	1	ND	1	ND	6
24	ND	3	ND	1	ND	6

ORE	VALIDAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	ND	0	ND	0	ND	0
3	ND	0	ND	0	ND	0
6	ND	0	ND	0	ND	0
9	ND	0	ND	0	ND	0
12	ND	0	ND	0	ND	0
15	ND	0	ND	0	ND	0
18	ND	0	ND	0	ND	0
21	ND	0	ND	0	ND	0
24	ND	0	ND	0	ND	0



RISULTATI

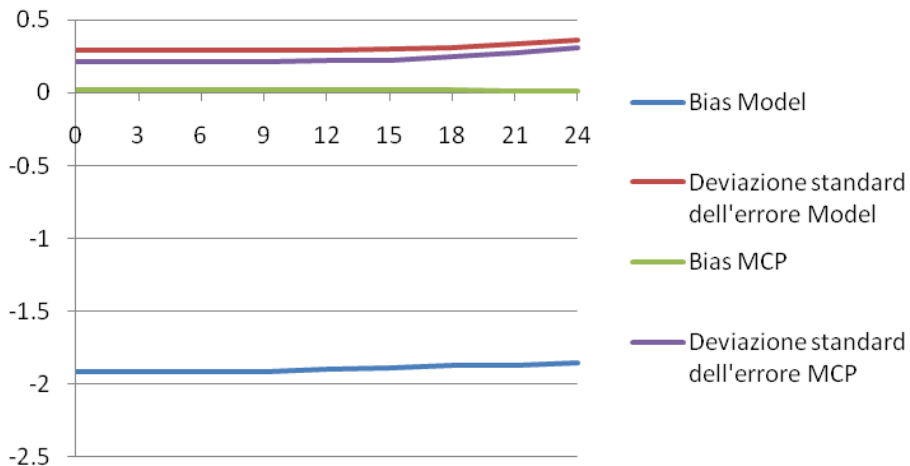
STAZIONE DI CENTO – Orizzonte di previsione = 12 ore



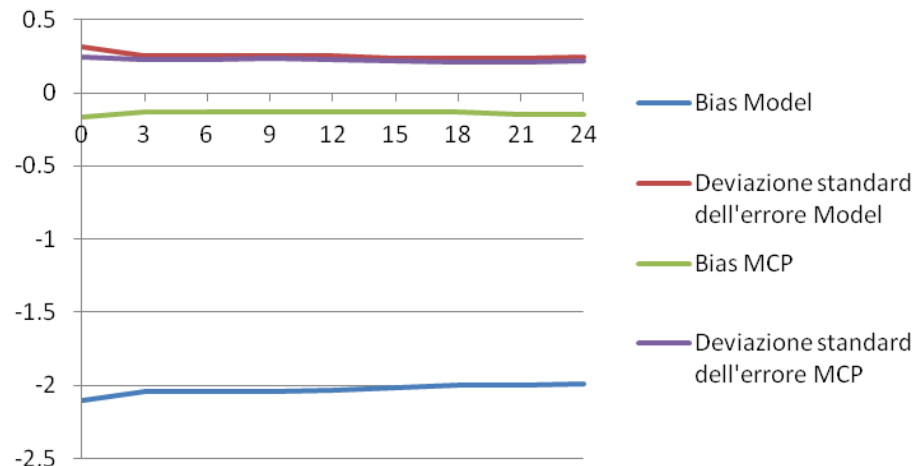
RISULTATI

STAZIONE DI PONTE BASTIA

Ponte Bastia - Calibrazione



Ponte Bastia - Validazione



ORE	CALIBRAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	0	0	1	1
3	0	0	0	0	1	1
6	0	0	0	0	1	1
9	0	0	0	0	1	1
12	0	0	0	0	1	1
15	0	0	0	0	1	1
18	0	0	0	0	1	1
21	0	0	0	0	1	1
24	0	0	0	0	1	1

ORE	VALIDAZIONE					
	FALSI ALLARMI		MANCATI ALLARMI		CORRETTI POSITIVI	
	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP	MODELLO	MCP
0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0

RISULTATI

STAZIONE DI PONTE BASTIA – Orizzonte di previsione = 24 ore

